Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2025
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timp de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Să se calculeze produsul numerelor complexe z care verifică relația $z^2 = (1-i)^3$.

5p **2.** Fie $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 - 7n + 6 < 0\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N} \mid C_n^2 \leq 10\}$. Să se calculeze numărul funcțiilor injective $f: A \to B$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $1 + \log_{2-x}(x^2 - 4) = \log_2 4$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca alegând o submulțime de 3 elemente din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, aceasta să aibă elemente în progresie aritmetică.

5p **5.** Se consideră triunghiul *ABC* și *G* centrul său de greutate. Dacă $\overrightarrow{AB} = a\vec{i} - \vec{j}$, $\overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + a\vec{j}$, să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $|\overrightarrow{AB}| < 1$.

5p **6.** Să se rezolve ecuația: $\cos 3x + \cos x = \cos 2x$; $x \in [0, 2\pi]$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine $\alpha \in \mathbb{R}$ astfel încât $(I_2 + \alpha A)^{-1} = I_2 + A$.

5p **b)** Să se arate că $(I_2 + A)^n = I_2 + nA$.

5p **c)** Dacă $I_2 + A = B$ iar B^{-1} este inversa lui B, să se calculeze $\det(I_2 + \mathrm{B} + B^{-2} + B^3 + B^{-4} + \cdots + B^{-2024} + B^{2025})$.

2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea " $*$ " prin $x * y = x + ay + 3;\ a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât " $*$ " să fie asociativă și comutativă.

5p **b)** Pentru $a = 1$, să se arate că $I \in [-3, \infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea " $*$ " și demonstrați că $(x+1) * (x+2) * (x+3) \neq x + 4, \forall\, x \in I$.

5p **c)** Pentru $a = 1$, să se arate că I conține un singur element simetrizabil în raport cu legea " $*$ ".

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{1}{x(x+1)}$.

5p **a)** Să se determine ecuațiile asimptotelor graficului funcției f.

5p **b)** Să se arate că $f'(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} [f'(1) + f'(2) + \cdots + f'(n)]^{n^2}$; $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Se consideră funcțiile $f, F, G\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$, $F(x) = arctg\, x$, $G(x) = arcctg\, \frac{1}{x}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int \frac{x}{f(x)} dx$.

5p **b)** Să se arate că F și G sunt primitive ale funcției f.

5p **c)** Să se arate că $\int F(x) dx = \int G(x) dx$.